Statistisk forsøk

La spelet vere (kast med ein terning)

Eit statistisk forsøk er ein prosess som genererer data.

Data kan vere numeriske eller kategoriske { defekt / ikkje defekt, tilhøyrer, AP, SP, FRP osb.

Definisjon 2.1

Eit utfallsrom, S, er mengda av alle mogelege utfall av eit statistisk forsøk.

NB! Berre eit utfall skal kunne inntreffe i kvart forsøk.
Utfallsrom er ikkje eintydige.

Eks. Kast med terning.

$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$S_2 = \{\text{jamn, odde}\}$

$S_3 = \{1 \cup 2,\ 2 \cup 3,\ 4, 5, 6\}$ ikkje utfallsrom.

Dersom utfallsrommet kan nummererast (er tellbart) blir det kalla diskret. Utfallsrommet kan og vere kontinuerleg

Eks. Levetid for lyspærer i timar

$S_4 = \{t \mid t \geq 0\}$

2.2 Hendingar

Definisjon 2.2 Ei hending er ei delmengde av utfallsrommet

Gitt S. Resulterer eksperimentet i eit utfall e og $e \in A$ seier vi at A har skjedd. Dersom $e \notin A$ seier vi at A ikkje har skjedd.

Eks. S_1: $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$

S_4: $A = \{t \mid 0 \le t < 500\}$ $\Rightarrow$: A er hendinga at levetida for lyspæra er mindre enn 500 timar.

Definisjon 2.3 Komplementet av ei hending A med omsyn på S, A', er mengda av alle enkeltutfall som ikkje er med i A.

S_1: $A' = \{2, 4, 6\} = B$

Den tomme mengda, ϕ, er ei mengde som ikkje inneheld noko utfall. $\phi = S'$

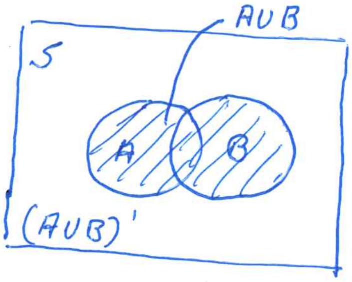
Mengdeoperasjonar

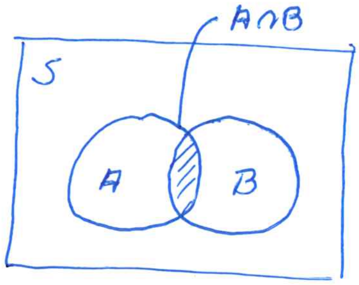
Ved hjelp av hendingar kan ein lage nye hendingar. La A og B vere to hendingar.

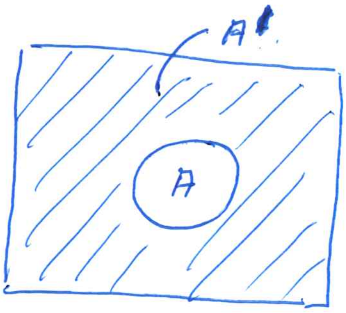
$A \cup B$ betyr at minst ei av hendingane A eller B skjer.

$A \cup B = \{e \mid e \in A$ eller $e \in B\}$ Def. 2.6

$A \cap B = \{e \mid e \in A$ ~~eller~~ og $e \in B\}$ Def. 2.4





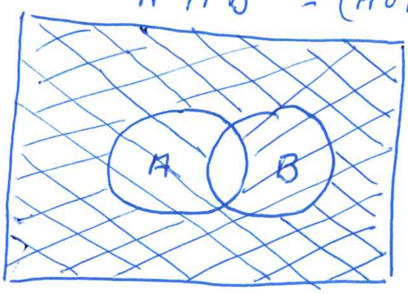


Definisjon 2.5

To hendingar A og B er gjensidig utelukkande (disjunkte) dersom $A \cap B = \phi$.

$S_1 = A \cap B = \{1,3,5\} \cap \{2,4,6\} = \phi \Rightarrow$ A og B er disjunkte.

$A' \cap B' = (A \cup B)'$



Def. 2.9. Definisjon av sannsyn

Alle hendingar har eit sannsyn for å skje. Dette sannsynet må oppfylle 3 aksiom.

1. $P(S) = 1$
2. $0 \leq P(A) \leq 1$
3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dersom $A \cap B = \emptyset$

Generelt for hendingar $A_1, A_2, \ldots$ som oppfyller $A_i \cap A_j = \emptyset$, $\forall i, j$, $i \neq j$, har vi:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots$$

NB. $A \cup A' = S$

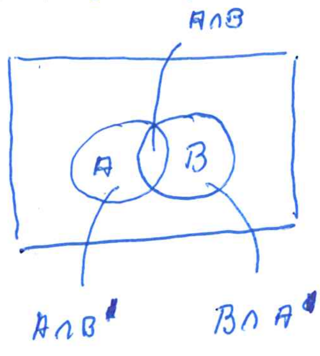
$$\Rightarrow P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow P(A') = 1 - P(A) \quad \text{Teorem 2.9}$$

Spesielt $A = S$ gjev. $P(\emptyset) = 1 - P(S) = 0$

Addisjonssetning

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Bevis.



$$P(A \cup B) = \underbrace{P(A \cap B')} + P(A \cap B) + \underbrace{P(B \cap A')}$$

$$= P(A) - P(A \cap B) + P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Eks. ~~Anette~~ Katja, Randi og Sylvia blir gravide omlag samstundes. Alle lurer på om dei får gut eller jente.

K R S

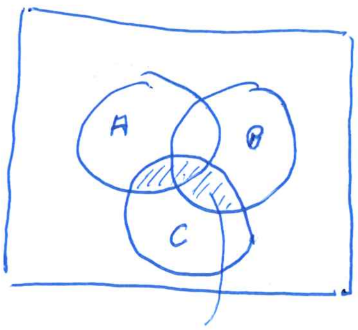
$S = \{GGG,\ GGJ,\ GJG,\ JGG,\ GJJ,\ JGJ,\ JJG,\ JJJ\}$

$A =$ 2 jenter $\qquad P(A) = 3/8$

$B =$ Sylvia får jente $\qquad P(B) = 4/8 = \frac{1}{2}$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} - \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

$P(A \cup B \cup C) = ?$



$(A \cup B) \cap C$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A \cup B) + P(C) - P((A \cup B) \cap C)$$

$$P((A \cup B) \cap C) = P((A \cap C) \cup (B \cap C))$$

$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(C)$$

$$- \big(P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C) \big)$$

$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A \cup B \cup C \cup D) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D)$$

$$- P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(A \cap D) - P(B \cap C) - P(B \cap D) - P(C \cap D)$$

$$+ P(A \cap B \cap C) + P(A \cap B \cap D) + P(A \cap C \cap D) + P(B \cap C \cap D)$$

$$- P(A \cap B \cap C \cap D)$$

Uniforme sannsynsmodellar

I uniforme sannsynsmodellar har alle enkeltutfall same sannsyn.

Situasjon

Tilfeldig trekning av ein verdi/individ frå mange
Dersom S har n enkeltutfall og A har g får vi:

$$P(A) = \frac{g}{n} = \frac{\text{talet på gunstige}}{\text{talet på mogelege}}$$

Kap 2.3 Teljing av enkeltutfall. Kombinatorikk.

Kombinatorikk trengst ein for å finne g og n.

Eks. Kortstokk

635 013 559 600 forskjellige bridgehender
2 598 960 — " — pokerhender
532 441 — " — tipperekker.

Multiplikasjonsregelen (Den fundamentale teljesetninga)
Gå ut i frå at vi skal utføre ei ordna følgje av k operasjonar. Den første A_1 kan utførast på n_1 måtar, den neste A_2 på n_2 måtar ---- og A_k kan utførast på n_k måtar. Då kan operasjonane $A_1, A_2, \dots, A_k$ utførast på $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$ måtar.